

1. Múltiplos y divisores

Un número es **múltiplo** de otro, o **divisible** por otro, cuando la división del primero por el segundo es exacta. Por ejemplo, el número 10 es divisible por 2 y por 5, ya que $10 : 2 = 5$ y $10 : 5 = 2$.

Un número es **divisor** de otro si lo divide de manera exacta, es decir, si el segundo es **múltiplo** del primero. Siguiendo con el ejemplo anterior, 10 es múltiplo de 2 y de 5, y 2 y 5 son divisores de 10.

El número 0 no es divisor de ningún número, pero es múltiplo de todos los números. Y el número 1 es divisor de todos los números, pero solo es múltiplo de él mismo.

1 Razona mentalmente qué frases son verdaderas o falsas y escribe tu respuesta:

- a) 3 es un divisor de 6.
- b) 12 no es un múltiplo de 6.
- c) 4 es un divisor de 14.
- d) 14 es divisible por 7.
- e) 240 es un múltiplo de 24.
- f) 12 no es un divisor de 24.
- g) Los únicos divisores de 8 son 1, 2, 4 y 8.
- h) Como $225 = 9 \cdot 25$, los únicos divisores de 225 son 9 y 25.

2 Escribe, en las columnas de la derecha, los divisores de los números de las columnas de la izquierda.

Números	Divisores
1	
2	
3	
4	
5	

Números	Divisores
$10 = 2 \cdot 5$	
$20 = 22 \cdot 5$	
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	
$40 = 23 \cdot 5$	
$50 = 2 \cdot 52$	

3 ¿Cuál es el menor número que tiene exactamente 5 divisores? ¿Y 7 divisores?

4 Escribe los cinco primeros múltiplos de estos números:

- a) 2
- b) 3
- c) 5

2. Divisores de un número

Un procedimiento para calcular los **divisores** de un número comprende estos pasos:

- Se descompone factorialmente el número:

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

- Para hallar todos los divisores, además del 1 y de los que resultan de la descomposición factorial, se multiplican los factores primos entre sí, combinándolos de todas las formas posibles:

$$2 \cdot 2 = 4, 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8, 2 \cdot 5 = 10, 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20, 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$$

Por tanto, los divisores de 40 son: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 y 40.

Otro procedimiento para calcular los divisores de un número consiste en escribir todos los productos de dos factores que dan como resultado dicho número:

$$1 \cdot 40 = 40, 2 \cdot 20 = 40, 4 \cdot 10 = 40, 5 \cdot 8 = 40$$

Por tanto, los divisores de 40 son: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 y 40.

- 1 Calcula mentalmente los divisores comunes de los siguientes pares de números:

a) 6 y 10

b) 4 y 9

c) 4 y 12

d) 8 y 12

- 2 Calcula todos los divisores de 360.

- 3 Escribe un número de tres cifras que sea divisible por 2, por 3 y por 5.

3. Criterios de divisibilidad

- Un número es **divisible por 2** si acaba en cifra par, incluido el 0.
- Un número es **divisible por 3** si al sumar todas sus cifras se obtiene otro número divisible por 3.
- Un número es **divisible por 5** si su última cifra es 0 o 5.
- Un número es **divisible por 9** si al sumar todas sus cifras se obtiene otro número divisible por 9.
- Un número es **divisible por 10** si su última cifra es 0; **por 100**, si sus dos últimas cifras son 0, y así sucesivamente.
- Un número es **divisible por 11** si la diferencia entre la suma de las cifras de lugar impar y las de lugar par es múltiplo de 11.

1 Completa la siguiente tabla escribiendo en las casillas Sí o No, según proceda:

	3 540	50 505	22 220	123 123	1 001 001
Divisible por 2	Sí	No			
Divisible por 3					
Divisible por 5					
Divisible por 9					
Divisible por 10					
Divisible por 11					

2 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- a)** El número 2 es divisor de 20.
- b)** El número 5 es divisor de 17.
- c)** El número 7 es divisor de 14.
- d)** El número 4 es divisor de 21.
- e)** El número 7 es divisor de 17.

4. Números primos y compuestos

Un número es **primo** cuando, siendo distinto de 1, no tiene más divisores que la unidad y él mismo.

Un número es **compuesto** si tiene divisores distintos de la unidad y él mismo.

El **número 1** no es primo ni compuesto.

1 Tacha en la tabla:

- El número 1.
- Todos los números pares excepto el 2.
- Todos los múltiplos de 3 excepto el 3.
- Todos los múltiplos de 5 excepto el 5.
- Todos los múltiplos de 7 excepto el 7.

¿Cómo son los números que quedan sin tachar?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2 La conjetura de Goldbach dice: «cualquier número par mayor que 2 es suma de dos números primos». Para los números pares comprendidos entre 10 y 30, encuentra pares de números primos cuya suma sea esa cantidad. ¿Se pueden escribir de más de una manera distinta?

3 Dos números primos, p y q , son gemelos si se cumple que $q = p + 2$. Por ejemplo, 3 y 5, 5 y 7, 11 y 13, 29 y 31, son primos gemelos. Escribe todos los números primos gemelos que estén comprendidos entre 100 y 200.

4 Entre 531 y 540 no hay ningún número primo. Encuentra una decena inferior a 300 en la que tampoco haya ningún número primo.

5. Descomposición factorial de un número

Para realizar la **descomposición factorial** de un número se siguen estos pasos:

26	2
18	2
9	3
3	3
1	

Se divide el número por su divisor primo más pequeño.

Se repite la operación con los cocientes sucesivos que aparecen, hasta que el cociente sea 1.

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

1 Calcula mentalmente la descomposición factorial de:

- a) 4
- b) 8
- c) 9
- d) 27
- e) 12
- f) 24
- g) 18
- h) 54

2 Escribe la descomposición factorial de los siguientes números:

- a) 450
- b) 225
- c) 360
- d) 990

6. Múltiplos comunes y mínimo común múltiplo (m.c.m.)

El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de dos o más números naturales es el menor número, distinto de cero, que es múltiplo de todos ellos. Para hallarlo se descomponen los números en sus factores primos, y el m.c.m. es el producto de los factores comunes y no comunes elevados a su mayor exponente.

Por ejemplo, en el caso de 36 y 40, el m.c.m. es:

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \text{ y } 40 = 2^3 \cdot 5$$
$$\text{m.c.m. (36, 40)} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

1 Calcula mentalmente el m.c.m. de los siguientes números:

- a) 2 y 4
- b) 3 y 9
- c) 5 y 25
- d) 10 y 15
- e) 6 y 14
- f) 14 y 15
- g) 4 y 15
- h) 15 y 20

2 Escribe tres múltiplos comunes a los números 10, 12 y 14.

3 Escribe varios múltiplos de 6 y de 8 e indica cuál es su mínimo común múltiplo.

7. Divisores comunes y máximo común divisor (M.C.D.)

El **máximo común divisor (M.C.D.)** de dos o más números naturales es el mayor número que es divisor de todos ellos. Para hallarlo, se descomponen los números en factores primos, y el M.C.D. es el producto de los factores comunes elevados a su menor exponente.

Por ejemplo, en el caso de 36 y 40, el M.C.D. es:

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \text{ y } 40 = 2^3 \cdot 5$$

$$\text{M.C.D. } (36, 40) = 2^2 = 4$$

1 Calcula mentalmente el M.C.D. de los siguientes números:

a) 2 y 4

b) 3 y 9

c) 5 y 25

d) 10 y 15

e) 6 y 14

f) 14 y 15

g) 4 y 15

h) 15 y 20

2 Calcula todos los divisores de 4 y de 8 e indica cuál es su máximo común divisor.

8. Problemas

- 1** La capacidad de dos vasijas, *A* y *B*, es de 4 y de 24 litros, respectivamente.
- a)** ¿Cuántas veces habrá que llenar de agua la vasija *A* para que, al verter su contenido en la vasija *B*, se llene esta?
 - b)** Con el contenido de la vasija *B*, ¿cuántas vasijas como la *A* se pueden llenar?
- 2** ¿De cuántas formas distintas podrías repartir 12 lápices en partes iguales? ¿Y 21 lápices?
- 3** Ángel y Ramón salen juntos a correr los sábados por la mañana. Ángel, cada 12 minutos, hace una serie de abdominales, y Ramón, cada 20 minutos, realiza unos ejercicios de estiramiento. ¿Cada cuántos minutos coinciden en sus respectivos ejercicios?
- 4** Se desea cortar tres cables, de 112 cm, 126 cm y 168 cm, respectivamente, en trozos iguales y de la mayor longitud posible.
- a)** ¿Cuánto medirá cada trozo?
 - b)** ¿Cuántos trozos se obtendrán?