1. Múltiplos y divisores

Un número es **múltiplo** de otro, o **divisible** por otro, cuando la división del primero por el segundo es exacta. Por ejemplo, el número 10 es divisible por 2 y por 5, ya que $10 : 2 = 5$ y $10 : 5 = 2$.

Un número es **divisor** de otro si lo divide de manera exacta, es decir, si el segundo es **múltiplo** del primero. Siguiendo con el ejemplo anterior, 10 es múltiplo de 2 y de 5, y 2 y 5 son divisores de 10.

El número 0 no es divisor de ningún número, pero es múltiplo de todos los números. Y el número 1 es divisor de todos los números, pero solo es múltiplo de él mismo.

1 Razona mentalmente qué frases son verdaderas o falsas y escribe tu respuesta:

a) 3 es un divisor de 6.

b) 12 no es un múltiplo de 6.

c) 4 es un divisor de 14.

d) 14 es divisible por 7.

e) 240 es un múltiplo de 24.

f) 12 no es un divisor de 24.

g) Los únicos divisores de 8 son 1, 2, 4 y 8.

h) Como $225 = 9 \cdot 25$, los únicos divisores de 225 son 9 y 25.

2 Escribe, en las columnas de la derecha, los divisores de los números de las columnas de la izquierda.

Números	Divisores
1	
2	
3	
4	
5	

Números	Divisores
$10 = 2 \cdot 5$	
$20 = 22 \cdot 5$	
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	
$40 = 23 \cdot 5$	
$50 = 2 \cdot 52$	

3 ¿Cuál es el menor número que tiene exactamente 5 divisores? ¿Y 7 divisores?

4 Escribe los cinco primeros múltiplos de estos números:

a) 2

b) 3

c) 5

1. Múltiplos y divisores

Solucionario

1 *a)* Verdadera.
b) Falsa.
c) Falsa.
d) Verdadera.
e) Verdadera.
f) Falsa.
g) Verdadera.
h) Falsa.

2

Números	Divisores
1	1
2	1 y 2
3	1 y 3
4	1, 2 y 4
5	1 y 5

Números	Divisores
$10 = 2 \cdot 5$	2 y 5
$20 = 22 \cdot 5$	1, 2, 4, 5, 10 y 20
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30
$40 = 23 \cdot 5$	1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 y 40
$50 = 2 \cdot 52$	1, 2, 5, 10, 25 y 50

3 El menor número que tiene 5 divisores es el 16. Y el que tiene 7 es el 64.

4 *a)* 0, 2, 4, 6, 8
b) 0, 3, 6, 9, 12
c) 0, 5, 10, 15, 20

© Oxford University Press España, S. A.

2. Divisores de un número

Un procedimiento para calcular los **divisores** de un número comprende estos pasos:

- Se descompone factorialmente el número:

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

- Para hallar todos los divisores, además del 1 y de los que resultan de la descomposición factorial, se multiplican los factores primos entre sí, combinándolos de todas las formas posibles:

$$2 \cdot 2 = 4,\ 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8,\ 2 \cdot 5 = 10,\ 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20,\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$$

  Por tanto, los divisores de 40 son: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 y 40.

Otro procedimiento para calcular los divisores de un número consiste en escribir todos los productos de dos factores que dan como resultado dicho número:

$$1 \cdot 40 = 40,\ 2 \cdot 20 = 40,\ 4 \cdot 10 = 40,\ 5 \cdot 8 = 40$$

Por tanto, los divisores de 40 son: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 y 40.

1 Calcula mentalmente los divisores comunes de los siguientes pares de números:

a) 6 y 10

b) 4 y 9

c) 4 y 12

d) 8 y 12

2 Calcula todos los divisores de 360.

3 Escribe un número de tres cifras que sea divisible por 2, por 3 y por 5.

2. Divisores de un número

Solucionario

1 *a)* 1 y 2

b) 1

c) 1, 2 y 4

d) 1, 2 y 4

2 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 y 360.

3 Por ejemplo: 900, 510, 270… Cualquier número de tres cifras que acabe en 0 y la suma de sus cifras sea un número divisible por 3.

© Oxford University Press España, S. A.

3. Criterios de divisibilidad

- Un número es **divisible por 2** si acaba en cifra par, incluido el 0.
- Un número es **divisible por 3** si al sumar todas sus cifras se obtiene otro número divisible por 3.
- Un número es **divisible por 5** si su última cifra es 0 o 5.
- Un número es **divisible por 9** si al sumar todas sus cifras se obtiene otro número divisible por 9.
- Un número es **divisible por 10** si su última cifra es 0; **por 100,** si sus dos últimas cifras son 0, y así sucesivamente.
- Un número es **divisible por 11** si la diferencia entre la suma de las cifras de lugar impar y las de lugar par es múltiplo de 11.

1 Completa la siguiente tabla escribiendo en las casillas Sí o No, según proceda:

	3 540	50 505	22 220	123 123	1 001 001
Divisible por 2	Sí	No			
Divisible por 3					
Divisible por 5					
Divisible por 9					
Divisible por 10					
Divisible por 11					

2 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) El número 2 es divisor de 20.

b) El número 5 es divisor de 17.

c) El número 7 es divisor de 14.

d) El número 4 es divisor de 21.

e) El número 7 es divisor de 17.

3. Criterios de divisibilidad

Solucionario

1

	3 540	50 505	22 220	123 123	1 001 001
Divisible por 2	Sí	No	Sí	No	No
Divisible por 3	Sí	Sí	No	Sí	Sí
Divisible por 5	Sí	Sí	Sí	No	No
Divisible por 9	No	No	No	No	No
Divisible por 10	Sí	No	Sí	No	No
Divisible por 11	No	No	Sí	Sí	No

2 *a)* Verdadera.

b) Falsa.

c) Verdadera.

d) Falsa.

e) Falsa.

© Oxford University Press España, S. A.

4. Números primos y compuestos

Un número es **primo** cuando, siendo distinto de 1, no tiene más divisores que la unidad y él mismo.

Un número es **compuesto** si tiene divisores distintos de la unidad y él mismo.

El **número 1** no es primo ni compuesto.

1 Tacha en la tabla:

- El número 1.
- Todos los números pares excepto el 2.
- Todos los múltiplos de 3 excepto el 3.
- Todos los múltiplos de 5 excepto el 5.
- Todos los múltiplos de 7 excepto el 7.

¿Cómo son los números que quedan sin tachar?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2 La conjetura de Goldbach dice: «cualquier número par mayor que 2 es suma de dos números primos». Para los números pares comprendidos entre 10 y 30, encuentra pares de números primos cuya suma sea esa cantidad. ¿Se pueden escribir de más de una manera distinta?

3 Dos números primos, p y q, son gemelos si se cumple que $q = p + 2$. Por ejemplo, 3 y 5, 5 y 7, 11 y 13, 29 y 31, son primos gemelos. Escribe todos los números primos gemelos que estén comprendidos entre 100 y 200.

4 Entre 531 y 540 no hay ningún número primo. Encuentra una decena inferior a 300 en la que tampoco haya ningún número primo.

4. Números primos y compuestos

Solucionario

1

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Son números primos.

2
- $10 = 7 + 3 = 5 + 5$
- $12 = 7 + 5$
- $14 = 11 + 3 = 7 + 7$
- $16 = 13 + 3 = 5 + 11$
- $18 = 13 + 5 = 7 + 11$
- $20 = 17 + 3 = 7 + 13$
- $22 = 19 + 3 = 5 + 17 = 11 + 11$
- $24 = 19 + 5 = 7 + 17 = 11 + 13$
- $26 = 23 + 3 = 7 + 19 = 13 + 13$
- $28 = 23 + 5 = 11 + 17$
- $30 = 23 + 7 = 11 + 19 = 13 + 17$

3 101 y 103, 107 y 109, 137 y 139, 149 y 151, 179 y 181, 191 y 193, 197 y 199.

4 La decena comprendida entre 201 y 210 no tiene números primos.

© Oxford University Press España, S. A.

5. Descomposición factorial de un número

Para realizar la **descomposición factorial** de un número se siguen estos pasos:

26	2
18	2
9	3
3	3
1	

Se divide el número por su divisor primo más pequeño.

Se repite la operación con los cocientes sucesivos que aparecen, hasta que el cociente sea 1.

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

1 Calcula mentalmente la descomposición factorial de:

a) 4

b) 8

c) 9

d) 27

e) 12

f) 24

g) 18

h) 54

2 Escribe la descomposición factorial de los siguientes números:

a) 450

b) 225

c) 360

d) 990

5. Descomposición factorial de un número

Solucionario

1 *a)* 2^2
b) 2^3
c) 3^2
d) 3^3
e) $2^2 \cdot 3$
f) $2^3 \cdot 3$
g) $2 \cdot 3^2$
h) $2 \cdot 3^3$

2 *a)*
$$\begin{array}{r|l} 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

b)
$$\begin{array}{r|l} 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$225 = 3^2 \cdot 5^2$

c)
$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

d)
$$\begin{array}{r|l} 990 & 2 \\ 495 & 3 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$
$990 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$

© Oxford University Press España, S. A.

6. Múltiplos comunes y mínimo común múltiplo (m.c.m.)

El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de dos o más números naturales es el menor número, distinto de cero, que es múltiplo de todos ellos. Para hallarlo se descomponen los números en sus factores primos, y el m.c.m. es el producto de los factores comunes y no comunes elevados a su mayor exponente.

Por ejemplo, en el caso de 36 y 40, el m.c.m. es:

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \text{ y } 40 = 2^3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m. } (36, 40) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

1 Calcula mentalmente el m.c.m. de los siguientes números:

a) 2 y 4

b) 3 y 9

c) 5 y 25

d) 10 y 15

e) 6 y 14

f) 14 y 15

g) 4 y 15

h) 15 y 20

2 Escribe tres múltiplos comunes a los números 10, 12 y 14.

3 Escribe varios múltiplos de 6 y de 8 e indica cuál es su mínimo común múltiplo.

6. Múltiplos comunes y mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Solucionario

1 *a)* 4
b) 9
c) 25
d) 30
e) 42
f) 210
g) 60
h) 60

2 Por ejemplo, 420, 840 y 1260.

3 $M(6) = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, \ldots\}$
$M(8) = \{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80\ldots\}$
m.c.m. $(6, 8) = 24$

© Oxford University Press España, S. A.

7. Divisores comunes y máximo común divisor (M.C.D.)

El **máximo común divisor (M.C.D.)** de dos o más números naturales es el mayor número que es divisor de todos ellos. Para hallarlo, se descomponen los números en factores primos, y el M.C.D. es el producto de los factores comunes elevados a su menor exponente.

Por ejemplo, en el caso de 36 y 40, el M.C.D. es:

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \text{ y } 40 = 2^3 \cdot 5$$

$$\text{M.C.D. } (36, 40) = 2^2 = 4$$

1 Calcula mentalmente el M.C.D. de los siguientes números:

a) 2 y 4

b) 3 y 9

c) 5 y 25

d) 10 y 15

e) 6 y 14

f) 14 y 15

g) 4 y 15

h) 15 y 20

2 Calcula todos los divisores de 4 y de 8 e indica cuál es su máximo común divisor.

7. Divisores comunes y máximo común divisor (M.C.D.)

Solucionario

1 *a)* 2

b) 3

c) 5

d) 5

e) 2

f) 1

g) 1

h) 5

2 $D(4) = \{1, 2, 4\}$

$D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$

M.C.D. $(4, 8) = 4$

© Oxford University Press España, S. A.

8. Problemas

1 La capacidad de dos vasijas, *A* y *B,* es de 4 y de 24 litros, respectivamente.

a) ¿Cuántas veces habrá que llenar de agua la vasija *A* para que, al verter su contenido en la vasija *B,* se llene esta?

b) Con el contenido de la vasija *B,* ¿cuántas vasijas como la *A* se pueden llenar?

2 ¿De cuántas formas distintas podrías repartir 12 lápices en partes iguales? ¿Y 21 lápices?

3 Ángel y Ramón salen juntos a correr los sábados por la mañana. Ángel, cada 12 minutos, hace una serie de abdominales, y Ramón, cada 20 minutos, realiza unos ejercicios de estiramiento. ¿Cada cuántos minutos coinciden en sus respectivos ejercicios?

4 Se desea cortar tres cables, de 112 cm, 126 cm y 168 cm, respectivamente, en trozos iguales y de la mayor longitud posible.

a) ¿Cuánto medirá cada trozo?

b) ¿Cuántos trozos se obtendrán?

MATERIAL FOTOCOPIABLE / © Oxford University Press España, S. A.

8. Problemas

Solucionario

1 ***a)*** Habrá que llenar 6 veces la vasija *A*.

b) Se pueden llenar 6 vasijas.

2 12 lápices se pueden repartir en partes iguales de las siguientes maneras:

- Un solo grupo de 12 lápices.
- Dos grupos de 6 lápices.
- Tres grupos de 4 lápices.
- Cuatro grupos de 3 lápices.
- Seis grupos de 2 lápices.
- Doce grupos de 1 lápiz.

21 lápices se pueden repartir en partes iguales de las siguientes formas:

- Un solo grupo de 21 lápices.
- Tres grupos de 7 lápices.
- Siete grupos de 3 lápices.
- Veintiún grupos de 1 lápiz.

3 Cada 60 minutos.

4 ***a)*** Cada trozo medirá 14 cm.

b) Se obtendrán 29 trozos.

© Oxford University Press España, S. A.